Matemáticas Grado Décimo
Primera Parte

Tema 1: Repaso de Conceptos

Fracciones:

Concepto: Cálculo de la equivalencia decimal de fracciones: revisar la explicación y ejemplos dados en el siguiente enlace.

http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/convirtiendo-fracciones-decimales.html

Repasa la clasificación de los números decimales, puedes usar el siguiente enlace:

http://www.ditutor.com/numeros_decimales/clasificacion_decimales.html

Concepto: Suma y resta de fracciones: explicación y ejemplos en los siguientes enlaces:

http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/denominador-comun.html (Suma)

http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/fracciones-restar.html (Resta)

El método explicado en los enlaces anteriores deja claro que el proceso es idéntico para la suma o resta de fracciones, lo que debemos tener en cuenta es el signo indicado en la operación.

Cuando se tienen tres o más fracciones, se puede aplicar el mismo proceso tomando de dos en dos las fracciones dadas, es importante asimilar este proceso y hacer uso eficiente de él pues las fracciones son un tema de constante uso en los diferentes grados y en las evaluaciones externas.

Ejemplo:

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{2}-\frac{5}{9} \Rightarrow tomamos\ las\ primeras\ dos\ fracciones\ y\ realizamos\ la\ operación\ indicada:$$

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{2}=\frac{3*2+5*4}{4*2}=\frac{6+20}{8}=\frac{26}{8}=\frac{13}{4} \Rightarrow simplificamos\ la\ fracción\ obtenida.$$

Al resultado de las dos primeras fracciones le restamos la tercera fracción (porque es la operación planteada en el ejercicio).

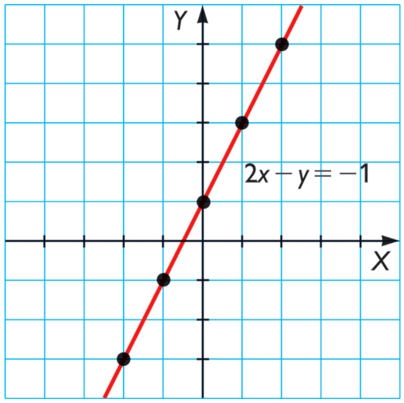
$$\frac{13}{4}-\frac{5}{9}=\frac{13*9-4*5}{4*9}=\frac{117-20}{36}=\frac{97}{36}$$

$$\Rightarrow La\ fracción\ es\ irreducible, es\ decir\ no\ la\ podemos\ simplificar.$$

$$La\ respuesta\ entonces\ de\ la\ operación\ es: \frac{3}{4}+\frac{5}{2}-\frac{5}{9}=\frac{97}{36}$$

Ecuación Lineal:

Concepto: Definición y fórmula: Una ecuación lineal es aquella en la que la mayor potencia de la variable o variables es uno. La forma general de una ecuación lineal es y = mx + b, que es una línea recta en una gráfica de coordenadas Cartesianas. El parámetro m es la pendiente de la línea y b es el punto de intersección en y.



En este caso la ecuación no está escrita de forma general, si despejamos tenemos:

$2x - y = -1$

$2x + 1 = y$ (ecuación general)

$m = 2$ (pendiente)

$b = 1$ (intercepto)

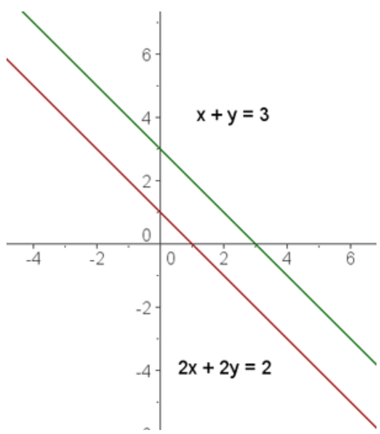
La ecuación lineal al ser graficada en el plano cartesiano, siempre dará como resultado una línea recta.

RECUERDA: para trazar una ecuación lineal sólo se requieren dos puntos, en el ejemplo anterior:

x	0	1
y	1	3

La forma general de esta ecuación es de uso frecuente en la resolución de problemas. Para ello es importante recordar algunos teoremas fundamentales:

1. Las líneas paralelas tienen la misma pendiente.



En la primera recta:

$x + y = 3 \quad \Rightarrow y = 3 - x$

$\Rightarrow m = -1$

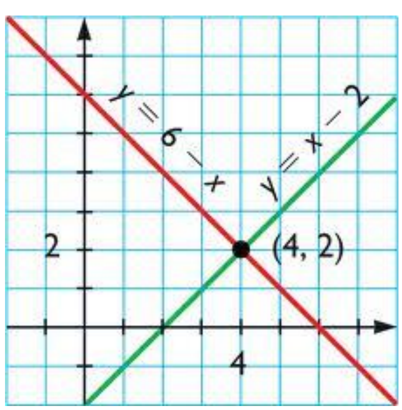
En la segunda recta:

$2x + 2y = 2 \quad \Rightarrow y = 2 - x$

$\Rightarrow m = -1$

Ambas rectas tienen la misma pendiente, al trazarlas en el plano cartesiano las rectas son paralelas.

2. El producto de las pendientes de líneas perpendiculares es igual a – 1.



Primera recta:

$y = 6 - x \Rightarrow m_1 = -1$

Segunda recta:

$y = x - 2 \Rightarrow m_2 = 1$

Producto de las pendientes:

$m_1 * m_2 = (-1) * (1) = -1$

3. Para encontrar la ecuación de la recta conociendo uno los puntos por los cuales pasan y su pendiente, reemplazamos los valores en la ecuación general para deducir el intercepto:

   EJEMPLO: Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto (– 3, 2) y cuya pendiente es 5.

   Ecuación general de la recta: y = mx + b, como conocemos uno de los puntos de la recta, la primera componente es el valor de x (x = – 3), la segunda componente es el valor de y (y = 2) y la pendiente m es igual a 5 (m = 5); reemplazando:

   $2 = (5) * (-3) + b \Rightarrow 2 = -15 + b \Rightarrow b = 2 + 15 \Rightarrow b = 17$

   ECUACIÓN PEDIDA: y = 5x + 17

4. Si debemos encontrar la ecuación de una recta que pasa por un punto y es paralela a otra, la pendiente de la recta que buscamos es la pendiente de la recta que nos dieron.

   EJEMPLO: Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto (2, 5) y es paralela a la recta 3x – y = 4.

   Las coordenadas del punto nos dan el valor de x = 2, y = 5.

   Escribimos la ecuación de la recta que nos dieron de forma general:

   $3x - y = 4 \Rightarrow y = 3x - 4 \Rightarrow m = 3$

   Como la recta que buscamos es paralela a esta recta tienen la misma pendiente, podemos reemplazar en la ecuación general y encontrar el intercepto:

   $mx + b = y \Rightarrow (3) * (2) + b = 5 \Rightarrow 6 + b = 5 \Rightarrow b = 5 - 6 \Rightarrow b = -1$

   ECUACIÓN PEDIDA: y = 5x – 1

5. Para encontrar la ecuación de una recta conociendo un punto por el cual pasa y sabiendo que es perpendicular a otra, recordemos que el producto de las dos pendientes es igual a – 1.

   EJEMPLO: Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto (4, 7) y es perpendicular a la recta 2x + y = 3

   Coordenadas del punto dado: x = 4, y = 7.

   Escribimos la recta como ecuación general:

   $2x + y = 3 \Rightarrow y = -2x + 3 \Rightarrow m_1 = -2$

   Como las rectas son perpendiculares: $m_1 * m_2 = -1$, m_1 es la pendiente de la recta dada, m_2 es la pendiente buscada.

   $$m_2 = \frac{-1}{m_1} \Rightarrow m_2 = \frac{-1}{-2} \Rightarrow m_2 = \frac{1}{2}$$

   Reemplazamos los valores en la ecuación general:

   $y = mx + b \Rightarrow 7 = \left(\frac{1}{2}\right) * (4) + b \Rightarrow 7 = 2 + b \Rightarrow b = 7 - 2 \Rightarrow b = 5$

   ECUACIÓN PEDIDA: $y = \frac{1}{2}x + 5$

6. Cuando conocemos dos puntos por los que pasa la recta, podemos aplicar la fórmula para encontrar su pendiente y después reemplazar los valores para encontrar la ecuación general.

Fórmula de la pendiente de una recta: $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

EJEMPLO: Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (5, 6) y (2, –3)

El primer punto nos da las coordenadas $x_1 = 5$, $y_1 = 6$

El segundo punto nos da las coordenadas $x_2 = 2$, $y_2 = -3$

Reemplazamos los valores en la fórmula de la pendiente:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \Rightarrow m = \frac{6-(-3)}{5-2} \Rightarrow m = \frac{6+3}{3} \Rightarrow m = \frac{9}{3} \Rightarrow m = 3$$

Podemos ahora reemplazar en la ecuación general de la recta cualquiera de los dos puntos para encontrar el intercepto (debe dar el mismo valor).

Con el primer punto y = mx + b ⇒ 6 = (3) * (5) + b ⇒ 6 = 15 + b ⇒ b = 6 – 15 ⇒ b = –9

ECUACIÓN PEDIDA: y = 3x – 9

Solo para verificar que el valor obtenido debe ser el mismo, reemplazaremos ahora con el segundo punto:

y = mx + b ⇒ –3 = (3) * (2) + b ⇒ –3 = 6 + b ⇒ b = –3 – 6 ⇒ b = –9 (la misma pendiente que habíamos obtenido al reemplazar por el primer punto).

CONCEPTO: DEFINICIÓN Y RESOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES: Un sistema de ecuaciones es un conjunto de dos o más ecuaciones con varias incógnitas que conforman un problema matemático consistente en encontrar los valores de las incógnitas que satisfacen dichas ecuaciones.

En el caso de las ecuaciones lineales, resolver un sistema equivale a encontrar el punto de intercepto de las líneas rectas dadas.

Para resolver un sistema de ecuaciones se pueden utilizar varios métodos, los más usuales son:

IGUALACIÓN: En este caso se despeja la misma variable en ambas ecuaciones y se igualan los valores obtenidos para determinar el valor de la primera variable. Una vez obtenido el primer valor se reemplaza en una de las ecuaciones para encontrar el segundo.

EJEMPLO: Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x + 4y = 7 \end{cases}$$

Podemos despejar en ambas ecuaciones, cualquiera de las dos variables, despejaremos la x:

En la primera ecuación nos queda: $2x - 3y = 5 \Rightarrow 2x = 3y + 5 \Rightarrow x = \frac{3y+5}{2}$

En la segunda ecuación tenemos: $x + 4y = 7 \Rightarrow x = 7 - 4y$

Igualamos los dos valores obtenidos para x:

$\frac{3y+5}{2} = 7 - 4y$, ahora tenemos una ecuación con una incógnita procedemos a resolverla.

$$3y + 5 = 2 * (7 - 4y)$$
$$3y + 5 = 14 - 8y$$
$$3y + 8y = 14 - 5$$
$$11y = 9$$
$$y = \frac{9}{11}$$

Como ahora conocemos el valor de y, lo reemplazamos en una de las ecuaciones que despejamos y así obtendremos el valor de x. En la segunda ecuación es más fácil porque no tenemos denominador, quedaría:

$$x = 7 - 4 * \left(\frac{9}{11}\right) \Rightarrow x = 7 - \frac{36}{11} \Rightarrow x = \frac{7 * 11 - 36 * 1}{11 * 1} \Rightarrow x = \frac{77 - 36}{11} \Rightarrow x = \frac{41}{11}$$

RESPUESTA: El intercepto de las ecuaciones dadas es el punto $\left(\frac{41}{11}, \frac{9}{11}\right)$.

SUSTITUCIÓN: En este caso se despeja una de las variables en una de las ecuaciones, después se reemplaza el valor obtenido en la segunda ecuación.

EJEMPLO: Usaremos el mismo sistema de ecuaciones (así verificaremos que independientemente del método que se utilice la respuesta debe ser la misma):

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x + 4y = 7 \end{cases}$$

Despejaremos la x en la segunda ecuación: $x + 4y = 7 \Rightarrow x = 7 - 4y$

Ahora reemplazamos este valor de x en la primera ecuación:

$$2x - 3y = 5 \Rightarrow 2(7 - 4y) - 3y = 5 \Rightarrow 14 - 8y - 3y = 5$$

$$14 - 11y = 5 \Rightarrow -11y = 5 - 14 \Rightarrow -11y = -9 \Rightarrow y = \frac{-9}{-11} \Rightarrow y = \frac{9}{11}$$

Ahora reemplazamos el valor de y en la ecuación que despejamos inicialmente:

$$x = 7 - 4y \Rightarrow x = 7 - 4 * \left(\frac{9}{11}\right) \Rightarrow x = 7 - \frac{36}{11} \Rightarrow$$

$$x = \frac{7 * 11 - 36 * 1}{11 * 1} \Rightarrow x = \frac{77 - 36}{11} \Rightarrow x = \frac{41}{11}$$

Obtenemos el mismo intercepto. $\left(\frac{41}{11}, \frac{9}{11}\right)$.

REDUCCIÓN: En este caso lo que se busca es por medio de productos conseguir que una de las dos variables tenga el mismo coeficiente, después se restan las ecuaciones.

EJEMPLO:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x + 4y = 7 \end{cases}$$

Vemos que el coeficiente de la x en la primera ecuación es 2, en la segunda el coeficiente es 1, para que tengan el mismo coeficiente multiplicamos la segunda ecuación por dos.

$$(x + 4y = 7) * (2) \Rightarrow 2x + 8y = 14$$

Ahora la variable x tiene el mismo coeficiente en las dos ecuaciones, las restamos:

$$\begin{array}{r} 2x - \ \ 3y = \ \ 5 \\ \underline{-2x - 8y = \ -14} \\ -11y = \ -9 \end{array}$$

$$y = \frac{-9}{-11} \Rightarrow y = \frac{9}{11}$$

Es decir, obtenemos el mismo valor para la variable y, por ende tendremos el mismo valor para la variable x si reemplazamos en cualquiera de las dos ecuaciones dadas inicialmente:

Esta vez reemplazaremos en la primera ecuación: $2x - 3y = 5 \Rightarrow 2x - 3\left(\frac{9}{11}\right) = 5$

$$2x - \frac{27}{11} = 5 \Rightarrow 2x = 5 + \frac{27}{11} \Rightarrow 2x = \frac{5 * 11 + 27 * 1}{11 * 1} \Rightarrow 2x = \frac{55 + 27}{11}$$

$$2x = \frac{82}{11} \Rightarrow x = \frac{82}{11 * 2} \Rightarrow x = \frac{41}{11}$$

RESPUESTA: El intercepto de las ecuaciones dadas es el punto $\left(\frac{41}{11}, \frac{9}{11}\right)$.

Comprobamos resolviendo el mismo sistema por los tres métodos que siempre debemos obtener el mismo punto de intercepción pues uno de los teoremas básicos que debes recordar dice que:

Dos rectas no paralelas, sólo pueden interceptarse en un punto.

En el siguiente enlace encontrarás explicación y ejemplos de situaciones problema que se resuelven por medio de sistemas de ecuaciones lineales:

http://www.conevyt.org.mx/colaboracion/colabora/objetivos/libros_pdf/sma3_u2lecc14.pdf

Al final del enlace aparecen 8 problemas que debes resolver y entregar como parte del taller 1.

En el último ejercicio que se planteó como ejemplo en el documento del enlace, hay un error que hace que la respuesta obtenida no se comprenda, debes explicar claramente cuál fue el error cometido al momento de digitar.

TALLER 1

PARA CADA PUNTO DEBE APARECER TODO EL PROCESO NECESARIO PARA ENCONTRAR LA RESPUESTA.

1. La edad de Carlos es la mitad de los dos quintos de la edad de Gabriel, si este tiene treinta y cinco años, ¿cuántos años tiene Carlos?
2. ¿Cuál es la quinta parte de los cinco sextos de los tres cuartos del doble de la tercera parte del treinta por ciento de 200?
3. ¿Qué fracción del día representan 15 segundos? (Expresarla numéricamente y en texto)
4. El ácido sulfúrico contiene en peso dos partes de hidrógeno, 32 partes de azufres y 64 partes de oxígeno, ¿qué fracción de ácido sulfúrico es el azufre?
5. Un artículo que costó US$ 3.699 y se vende por los dos tercios del costo, ¿cuánto se pierde? (en dólares, US$).
6. Una casa es de dos hermanos. La parte del primero, que es los cinco treceavos de la casa, está avaluada en $ 15.300.000. Calcular el valor de la parte del otro hermano.
7. Una calle de 100 metros de largos y 16 metros de ancho se halla pavimentada con 40.000 adoquines. ¿Cuántos adoquines serán necesarios para pavimentar otra calla del doble de largo y cuyo ancho es los tres cuartos del ancho anterior?
8. 15 hombres han sembrado en 20 días un terreno de 50 kilómetros de largo por 15 kilómetros de ancho, ¿en cuánto tiempo hubieran sembrado el mismo terreno seis hombres menos?
9. Cuál es el número de líneas que pueden trazarse cuando se tienen 8 puntos, tales que no hay tres puntos alineados. (Debe entregarse el gráfico que justifica la respuesta)

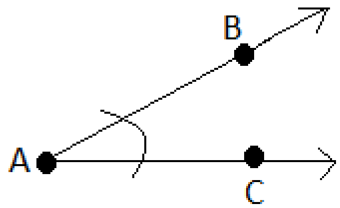
10. El dueño de un bar ha comprado refrescos, cerveza y vino por importe de 500 € (sin impuestos). El valor del vino es 60 € menos que el de los refrescos y de la cerveza conjuntamente. Teniendo en cuenta que los refrescos deben pagar un IVA del 6%, por la cerveza del 12% y por El vino del 30%, lo que hace que la factura total con impuestos sea de 592.4 €, calcular la cantidad invertida en cada tipo de bebida.
11. La edad de un padre es doble de la suma de las edades de sus dos hijos, mientras que hace unos años (exactamente la diferencia de las edades actuales de los hijos), la edad del padre era triple que la suma de las edades, en aquel tiempo, de sus hijos. Cuando pasen tantos años como la suma de las edades actuales de los hijos, la suma de edades de las tres personas será 150 años. ¿Qué edad tenía el padre en el momento de nacer sus hijos?
12. Encontrar la ecuación de la recta que cumple las condiciones dadas:
    a. Pasa por el punto (7,2) y su pendiente es – 5.
    b. Pasa por los puntos (–2, –5) y (7, –4).
    c. Pasa por el punto $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$ y su pendiente es 6.
    d. Es perpendicular a la recta $3x - 5y = 8$, y pasa por el punto $\left(\frac{-5}{2}, \frac{4}{3}\right)$.
    e. Es paralela a la recta $5x - 9y + 2 = 0$, y pasa por el punto (1, –7).

“Los errores más grandes no son aquellos que se hacen a voluntad, sino aquellos que no se reconocen”.

TEMA 2: ÁNGULOS Y TRIÁNGULOS

Ángulos:

CONCEPTO: DEFINICIÓN DE ÁNGULO: Figura formada por dos semirrectas que parten del mismo punto inicial. A las dos semirrectas se les denomina lados del ángulo y al punto inicial se le llama vértice del ángulo. El símbolo del ángulo es $\measuredangle$.



Cuando se conocen tres puntos que forman el ángulo la notación puede ser:

$$\measuredangle A = \widehat{BAC} = \measuredangle BAC = \widehat{CAB} = \measuredangle CAB$$

Cuando se usan letras para indicar los puntos se debe escribir en el medio la letra que indica el punto en el cual se forma el ángulo.

CONCEPTO: CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS: Con respecto a su medida pueden ser:

- ÁNGULO RECTO: su amplitud es de 90°
- ÁNGULO LLANO: su amplitud es de 180°
- ÁNGULO AGUDO: su amplitud es mayor que 0° y menor que 90°
- ÁNGULO OBTUSO: su amplitud es mayor que 90° y menor que 180°
- ÁNGULO COMPLETO: su amplitud es de 360°
- ÁNGULO NULO: su amplitud es 0°
- ÁNGULO CONVEXO: su amplitud es mayor que 0° y menor que 180°
- ÁNGULO CÓNCAVO: su amplitud es mayor que 180°

En relación con otros ángulos pueden ser:

- ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS: dos ángulos son complementarios cuando la suma de sus amplitudes es de 90°
- ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS: dos ángulos son suplementarios cuando la suma de sus amplitudes es de 180°
- ÁNGULOS CONSECUTIVOS: dos ángulos son consecutivos cuando tienen el vértice y un lado común.
- ÁNGULOS ADYACENTES: dos ángulos son adyacentes cuando son consecutivos y suplementarios a la vez.

CONCEPTO: SISTEMAS DE MEDICIÓN DE LOS ÁNGULOS: En el enlace escrito a continuación se encuentran las definiciones, explicaciones y ejemplos de los sistemas de medición de ángulos más utilizados: sexagesimal y el cíclico o circular.

http://www.cepasanfrancisco.edurioja.org/dtomatematicas/Apuntes/Cuarto/anexo-ANGULOS.pdf

CONCEPTO: CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS: Los triángulos son los polígonos de menor número de lados y pueden ser clasificados de dos maneras: según la medida de sus lados y según la medida de sus ángulos internos. En el enlace que aparece a continuación se encuentra la explicación no solo de la clasificación sino también de algunos de los teoremas más importantes relacionados con los triángulos. (páginas 3 y 4).

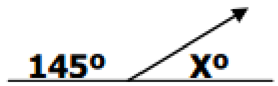
http://ficus.pntic.mec.es/dbab0005/triangulos/Geometria/pdf/Global.pdf

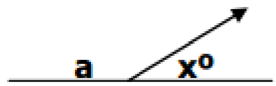
CONCEPTO: TEOREMA DE PITÁGORAS: La explicación de este teorema se encuentra en el enlace anterior, página 25.

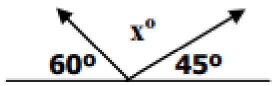
TALLER 2

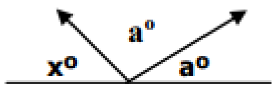
PARA CADA PUNTO DEBE APARECER TODO EL PROCESO NECESARIO PARA ENCONTRAR LA RESPUESTA.

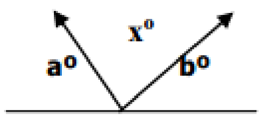
1. Escribir la medida x de cada uno de los siguientes ángulos:

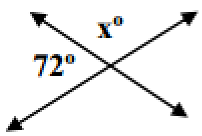
a. 

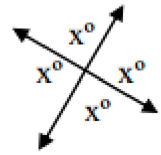
b. 

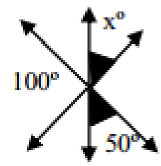
c. 

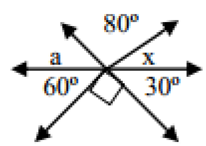
d. 

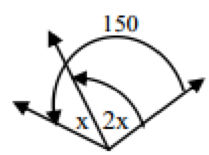
e. 

f. 

g. 

h. 

i. 

j. 

2. Encuentra la medida del tercer ángulo interior de un triángulo, si la medida de los otros dos son:
   a. 67 y 47
   b. 22 y 135
   c. a y 2ª
3. Determina el valor de x si los ángulos interiores de un triángulo son x, 2x y 3x.
4. En un triángulo isósceles, el ángulo exterior del vértice superior mide 70°. Cuánto miden los ángulos interiores de la base?
5. El ángulo CAB de un triángulo ABC cualquiera mide 52º; si el ángulo ABC es tres veces mayor que el ángulo ACB. ¿Cuánto mide el ángulo ACB?
6. En un triángulo isósceles, un ángulo basal tiene 18,5º más que el ángulo del vértice. Calcula los ángulos interiores del triángulo. (ángulo basal = ángulo de la base).
7. En un triángulo ABC cualquiera, el ángulo CAB tiene 15º más que el ángulo CBA y éste 12º más que el ángulo ACB. Determina el valor de los ángulos exteriores de este triángulo.
8. Calcular la equivalencia en el sistema circular de los siguientes ángulos medidos en sistema sexagesimal:
   a. 30°
   b. 47°

c. 96°

d. 150°

e. -115°

f. 270°

9. Calcular la equivalencia en el sistema sexagesimal de los siguientes ángulos medidos en sistema circular:

a. $\frac{7}{8}\pi\, rad.$

b. $\frac{13}{4}\pi\, rad.$

c. $\frac{8}{3}\,\pi\, rad.$

d. $5\pi\, rad.$

TEMA 3: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Funciones Trigonométricas:

CONCEPTO: RAZONES TRIGONOMÉTRICAS BÁSICAS: Las definiciones, explicaciones y ejemplos de las razones trigonométricas básicas están dadas en el siguiente enlace.

http://www.wordstop.com/pdfs/4color2.pdf

En la última página del archivo ubicado en el enlace aparece un taller de práctica que deberá ser entregado como parte del taller 3.

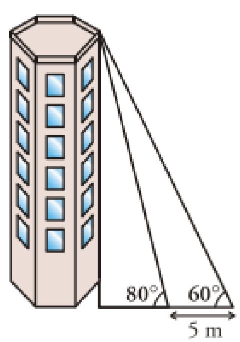
En este otro enlace aparecen varios ejercicios resueltos usando las propiedades de las razones trigonométricas básicas, analízalos para resolver más fácilmente el taller propuesto:

http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/4eso/solucionlibronuevo4b/U-7.pdf

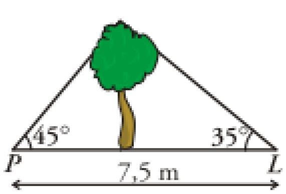
TALLER 3

PARA CADA PUNTO DEBE APARECER TODO EL PROCESO NECESARIO PARA ENCONTRAR LA RESPUESTA.

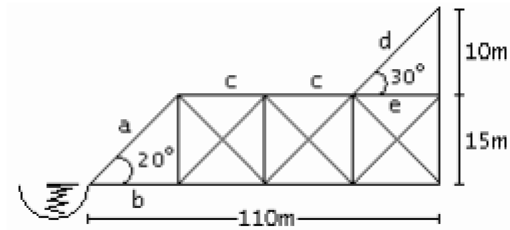
1. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 4,8 cm y el ángulo opuesto a este cateto mide 54°. Hallar la medida del resto de los lados y de los ángulos del triángulo. Trazar con medidas.
2. Los lados de un paralelogramo miden 12 y 20 cm, respectivamente, y forman un ángulo de 60°. ¿Cuánto mide la altura del paralelogramo? ¿Y su área?
3. En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 15 cm y uno de los catetos mide 12 cm. Calcular la longitud del otro cateto y la medida de sus ángulos.
4. Las diagonales de un rombo miden 10 y 14 cm, respectivamente. Calcular el lado del rombo y sus ángulos.
5. Para medir la altura de una torre nos situamos en un punto del suelo y vemos el punto más alto de la torre bajo un ángulo de 60°. Nos acercamos 5 metros a la torre en línea recta y el ángulo es de 80°. Hallar la altura de la torre.



6. Pablo y Luis están situados cada uno a un lado de un árbol, como indica la figura:
   a. Calcular la altura del árbol.
   b. ¿A qué distancia está Pablo del árbol?

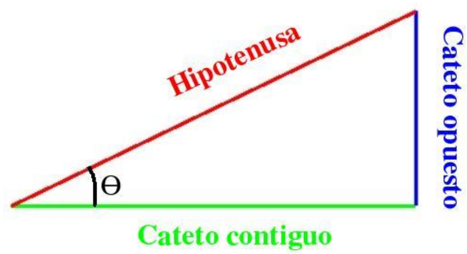


7. En la siguiente figura se muestra el diseño de un tobogán, calcular su longitud total.



8. El ángulo de elevación de una cometa sujeta con una cuerda de longitud $L_1 = 80$ m es $\alpha = 30°$. El viento tensa la cuerda y la hace chocar con otra cometa cuyo ángulo de elevación es $B = 60°$. ¿Cuál es la altura de las cometas en ese instante? ¿Y la longitud L_2 de la cuerda que sujeta la segunda cometa?
9. Queremos fijar un poste de 3,5 m de altura, con un cable que va desde el extremo superior del poste al suelo. Desde ese punto del suelo se ve el poste bajo un ángulo de 40°. ¿A qué distancia del poste sujetaremos el cable? ¿Cuál es la longitud del cable?

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS COMO RAZÓN DE LOS LADOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO.



Razones trigonométricas

$$sen\,\theta = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$$

$$\cos\theta = \frac{cateto\ contiguo}{hipotenusa}$$

$$\tan\theta = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contiguo}$$

Razones trigonométricas inversas

$$cosec\,\theta = \frac{1}{sen\,\theta}$$

$$sec\,\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$cotan\,\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$